Е.П. Малецкас

АЛГОРИТМ ДЛЯ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИОННОГО МАТЕРИАЛА В ДЕНДРОКЛИМАТОХРОНОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

В дендроклиматохронологической лаборатории Института ботаники АН Литовской ССР создается унифицированная программа, предназначенная для вычисления статистических параметров, оценивающих результаты измерений ширины колец. Программа составляется в виде процедур. По мере надобности алгоритм и программу можно улучшать заменой процедур, расширять, вводя новые более эффективные.

Составленный алгоритм включает несколько вычислений: коэффициентов возрастных кривых, координат кривых, диагностического ряда, коэффициентов корреляции и верификации. Макроблоксхема алгоритма предоставлена на рис. I.

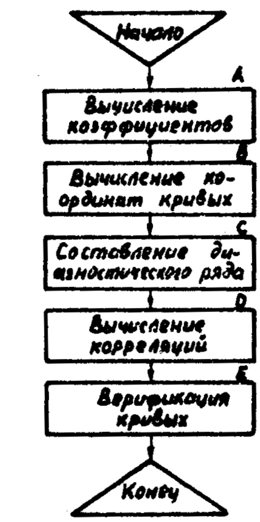

Рис. I. Макроблоксхема

Рост деревьев - случайный процесс, зависящий от комплекса разнообразных природных условий. Цель исследования - рост дерева преобразить в страционарный процесс, используя метод деривации индексов. Сущность метода: в зависимости от результатов измерений ширины колец годичного прироста подбирается эмпирическая формула, определяющая влияние возраста на формирование годичного кольца.

Отдельные образцы прироста годичных колец, в зависимости от потенциала в росте, могут существенно различаться усредненной шириной годичных колец. Ширина кольца изменяется и в зависимости от расстояния от центра. Максимальный прирост достигается к 5-I0 годам роста. Затем ширина кольца уменьшается согласно экспоненциальному закону:

$$y = ae^{-bx}, \quad a>0,\ b>0 \qquad (I)\ [1]$$

где y - ожидаемая ширина кольца, x - число лет, считая от года максимального прироста.

Индексы вводятся, как эквивалентные значения экспоненциальных кривых. Кривые формируются соответственно из результатов измерения серии колец определенного образца. Изменение трансформированных серий по существу зависит только от времени.

Уравнение (I) служит моделью, которая аппроксимирует средние изменения в приросте годичных колец. Ширину кольца представим через натуральный логарифм:

$$\ln y = \ln a - bx \qquad (2)$$

Введем обозначения:

$$z = \ln y, \quad \alpha = \ln a, \quad \beta = b \qquad (3)$$

Коэффициенты α и β вычислим методом наименьших квадратов.
Критерий оптимальности

$$f(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{n} (z_i - \alpha - \beta x_i)^2 \to min \qquad (4)$$

где z_i – реальная ширина кольца, сформированного в i–том году.

Продифференцировав, получаем:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial \alpha} = -2\sum_{i=1}^{n}(z_i - \alpha - \beta x_i) = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial \beta} = -2\sum_{i=1}^{n}(z_i - \alpha - \beta x_i)\cdot x_i = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

Решаем систему (5):

$$z_0 - \alpha - \beta x_0 = 0 \qquad (6)$$

где

$$x_0 = \sum_{i=1}^{n} x_i, \qquad (7)$$

$$z_0 = \sum_{i=1}^{n} z_i. \qquad (8)$$

Тогда

$$\beta = \frac{z_0 - \alpha}{x_0} \qquad (9)$$

Соответственно решается второе уравнение из системы (5):

$$\sum_{i=1}^{n} z_i x_i - \alpha\sum_{i=1}^{n} x_i - \beta\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 0, \qquad (\mathrm{I0})$$

$$\alpha = \frac{(zx)_0 - \beta x_1}{x_0}, \qquad (\mathrm{II})$$

где

$$(zx)_0 = \sum_{i=1}^{n} z_i x_i, \quad x_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2. \qquad (\mathrm{I2})$$

Метод такой аппроксимации для многолетних серий недостаточно хорош. У кривой (I) нулевая асимптота, а ведь ширина кольца долговечного образца асимптотично приближается к величине больше нуля. По той причине используется уравнение:

$$y = ae^{-bx} + c, \quad a>0, b>0, c>0. \qquad (\mathrm{I3})\ [2]$$

Для вычисления параметров формулы можно использовать следующий упрощенный метод.

Параметр c можно приближенно определить соотношением:

$$c = \frac{y_1\cdot y_3 - y_2^2}{y_1 + y_3 - 2y_2}. \qquad (\mathrm{I4})$$

c определяется со значениями функции для значений аргумента, образующих арифметическую прогрессию $x_2 - x_1 = x_3 - x_2$.

Введем обозначения

$$X = x, \ Y = \lg(y-c). \qquad (\mathrm{I5})$$

Это сводит подбираемую формулу к линейной:

$$Y = b\lg e\cdot X + \lg a, \qquad (\mathrm{I6})$$

$$Y = b_1 X + b. \qquad (\mathrm{I7})$$

Параметры многочлена (I7) вычисляются из системы уравнений:

$$\begin{cases} b_2 + b_1\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{n} Y_i \\ b_2\sum_{i=1}^{n} X_i + b_1\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = \sum_{i=1}^{n} Y_i\cdot X_i. \end{cases} \qquad (\mathrm{I8})$$

Тогда параметры формулы (I3), оценивая преобразования (I5), будут:

$$a = \mathrm{antilog}\, b_2, \qquad (\mathrm{I9})$$

$$b = -\frac{b_1}{\lg e} \qquad (20)$$

$$c = \frac{y_1\cdot y_3 - y_2^2}{y_1 + y_3 - 2y_2} \qquad (2\mathrm{I})$$

Удобный и хороший метод для вычислений параметров формулы (I3) изложен также в [3].

На рис. 2 представлена микроблоксхема процедуры для вычисления коэффициентов кривых. Стандартизированный индекс подсчитывается, как соотношение значений реальной кривой и выравненной по эмпирической формуле кривой:

$$I = \frac{z_{ij}}{y_{ij}}\cdot 100\% \qquad (22)\ [3]$$

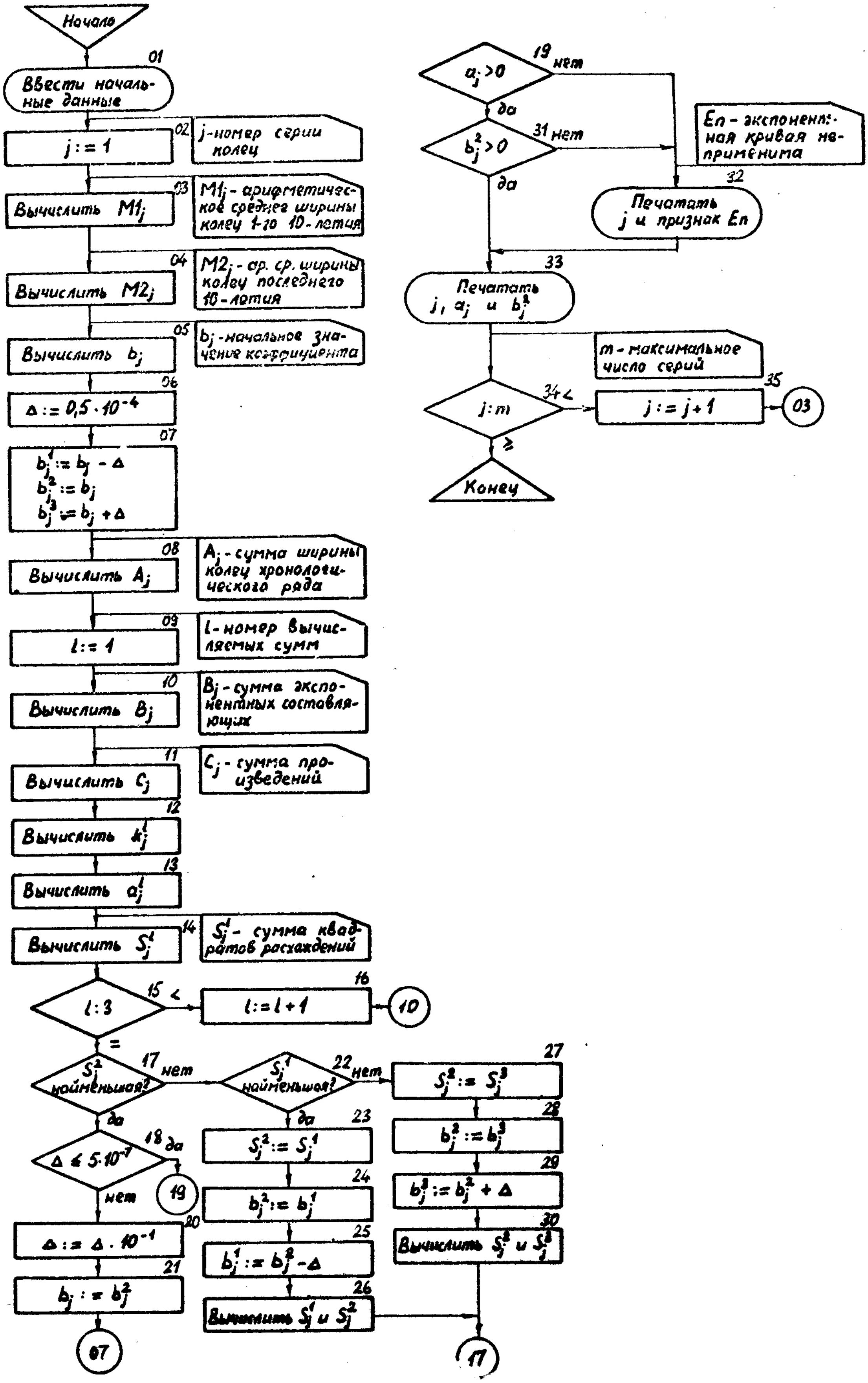

Рис. 2. Микроблоксхема макроблока А

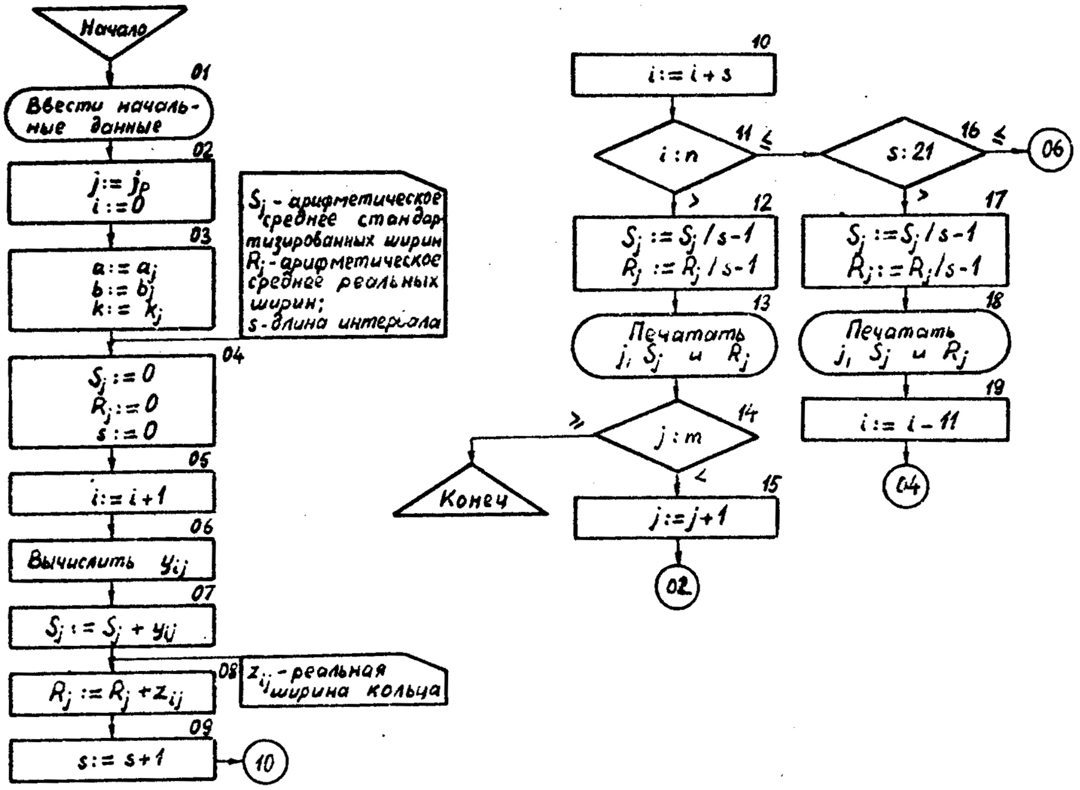

Рис. 3. Микроблоксхема макроблока B

На рис. 3 представлен алгоритм вычисления значений реальных и стандартизированных кривых. Использованный метод - метод 2I-летних скользящих по десятилетиям.

При необходимости выявить катастрофические годы (годы особенно малого прироста) используется процедура, микроблоксхема которой представлена на рис. 4.

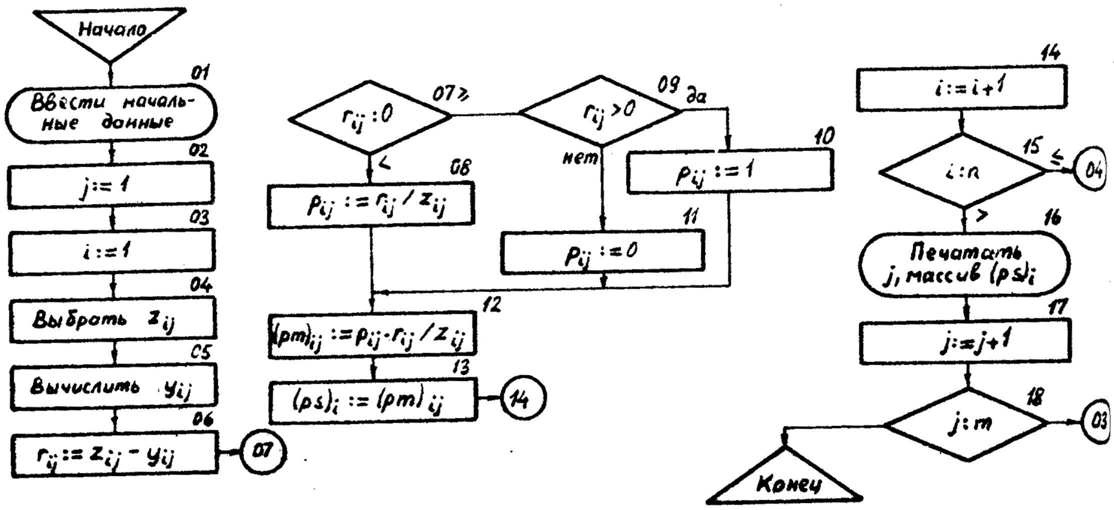

Рис. 4. Микроблоксхема макроблока C

Для вычисления корреляционных связей использован простой, но довольно эффективный метод – тендентный метод [4]. Метод можно использовать как для кривых абсолютных значений, так и для кривых индексов. Используя метод, можно:

1) вычислить критерий оценки корреляции между процессами,

2) вычислить значения, пригодные для сопоставления корреляций между группами процессов.

Вычисления, проведенные тендентным методом, дают коэффициент t, оценивающий количества ковариаций переменных. Оценивается число совпадений в направлении изменения и степень соответствия.

Формулы и последовательность вычисления:

1) $X_i = X_i - X_{i-1}$ (23 а)

$Y_i = Y_i - Y_{i-1}$, (23 б)

2) $+\Sigma = \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i$, (24)

$X_i > 0, Y_i > 0$ или $X_i < 0,\ Y_i < 0$,

3) $-\Sigma = \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i$ (25)

$X_i < 0, Y_i > 0$ или $X_i > 0,\ Y_i < 0$,

4) $\pm\Sigma = (+\Sigma) + (-\Sigma)$. (26)

5) $T\Sigma = |+\Sigma| + |-\Sigma|$ (27)

Соотношение алгебрической суммы и суммы абсолютных величин дает коэффициент t:

$$t = \frac{\pm\Sigma}{T\Sigma}. \qquad (28)$$

Используется тест, проверяющий возможность влияния больших изменений переменных:

1) $n(+XY)$ – число параллельных частей,

2) $n(-XY)$ – число частей противоположного изменения,

3) $l_s = \frac{\Sigma(+XY)}{n(+XY)}$, (29)

l_s – среднее изменений параллельной тенденции,

4) $l_p = \frac{\Sigma(-XY)}{n(-XY)}$, (30)

l_p – среднее изменений противоположных направлений,

5) $l = \frac{l_s}{l_p}$ (31)

Если $l > 1{,}00$, то амплитуды параллельных частей больше, чем противоположных частей. Если $l < 1{,}00$, правильно противоположное. $l \cong 1$ у кривых упорядоченного колебания.

Когда $l \gg 1$ (или $l \ll 1$), а

$$g = \frac{n(+XY)}{n(-XY)} \cong 1, \qquad (32)$$

критерий оценки корреляции

$$T = \frac{t}{l}. \qquad (33)$$

Программа по данному алгоритму написана на языке АЛГОЛ, используется транслятор ТА-1М.

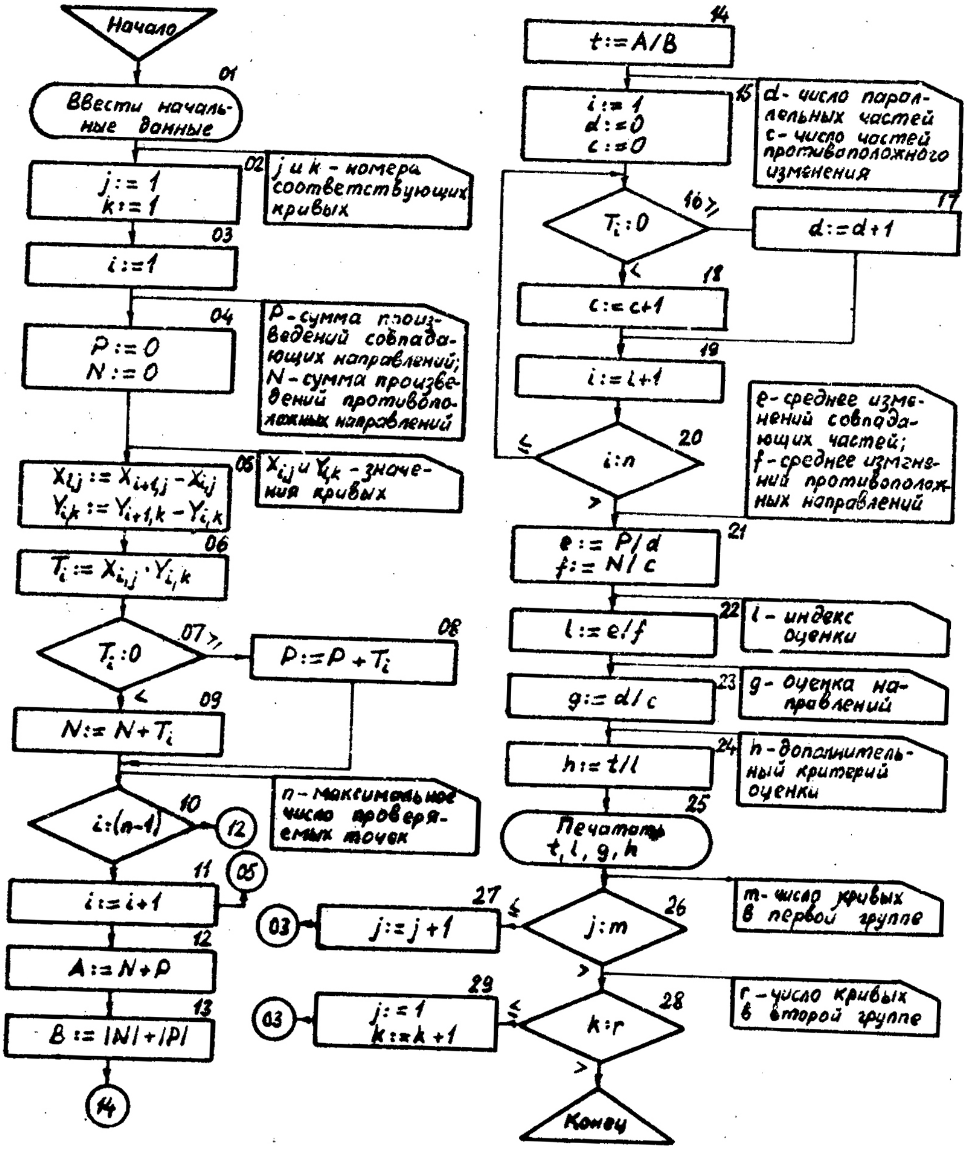

Рис. 5. Микроблоксхема макроблока D

Литература

1. Harold C. Fritts. Computer Programs for Tree-Ring Research. "Tree-Ring Bulletin" vol.25, Arizona, 1963.
2. Harold C. Fritts, James E. Mosimann, and Christine D. Bottorff. A Revised Computer Program for Standartizing Tree-Ring Series. "Tree-Ring Bulletin", vol. 29, Arizona, 1969.
3. Т.Т. Битвинскас. Динамика прироста сосновых насаждений Литовской ССР и возможности его прогноза. Автореф. дисс. на соиск. уч. степени канд. с.-х. наук, М., 1966.
4. Waldo S. Glock. A Rapid Method of Correlation for Continuos Time Series. "American Journal of Science", vol. 240, 1942.